

CAPÍTULO 3

ELEMENTOS DOS CIRCUITOS

3.1 INTRODUÇÃO

Um circuito elétrico pode ser composto de vários dispositivos, como interruptores, motores e lâmpadas, interligados por condutores (fios ou cabos).

Para facilitar os processos de análise, muitas vezes convém trabalhar com *modelos* físicos desses dispositivos. Tais modelos são construídos a partir de quatro elementos básicos, também chamados *ideais*: resistores, indutores, capacitores e fontes de alimentação.

3.2 RESISTORES

A resistência é a grandeza que quantifica o grau de oposição que um corpo oferece à passagem de corrente elétrica. Resistores são elementos especialmente construídos para apresentarem resistência¹.

Algumas das aplicações dos resistores são a limitação da corrente elétrica e a produção de calor. Lâmpadas incandescentes também aproveitam a resistência de seu filamento para a produção de luz. Porém o fenômeno da resistência pode ser utilizado em dispositivos que operam com outras grandezas físicas, como esforços mecânicos ou temperatura (Figura 3.1).

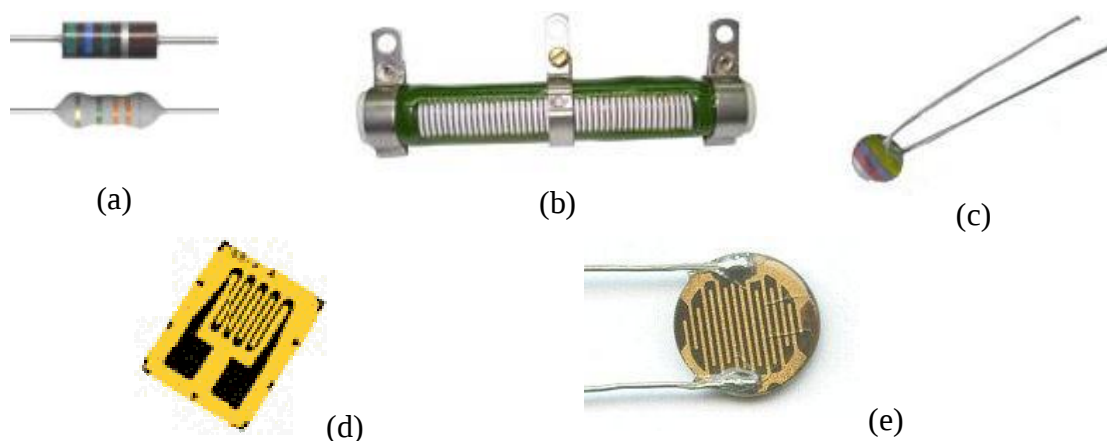


Figura 3.1 – Exemplos de resistores comerciais: (a) de carbono; (b) de fio, para aquecimento; (c) termistor (resistor controlado por temperatura); (d) célula de carga (resistor controlado por esforço mecânico); (e) LDR (resistor controlado por luz).

¹ Resistor é o elemento físico (substantivo) e resistência é a sua qualidade (adjetivo). No entanto, é comum chamar o resistor como resistência.

Os resistores podem ser *fixos* ou *variáveis*; estes, também chamados de *potenciômetros*, podem ter sua resistência alterada mediante o giro de um eixo ou deslizando-se um contato. Os símbolos de resistores são mostrados na Figura 3.2.

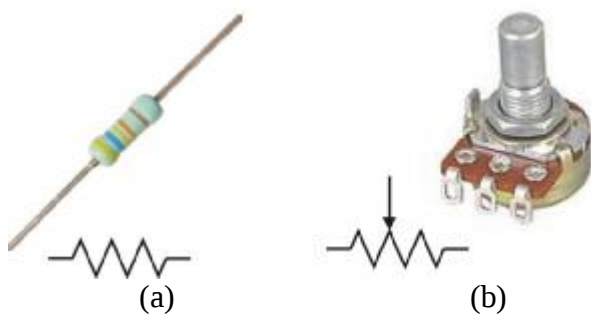


Figura 3.2 - Tipos de resistores e simbologia: (a) fixo; (b) variável (potenciômetro).

Se uma tensão u é aplicada a um corpo, por este circulará uma corrente i . A resistência desse corpo é dada pela relação conhecida como Lei de Ohm:

$$R = \frac{u}{i} \quad (3.1)$$

e sua unidade é o ohm (símbolo Ω). Resistores comerciais atingem facilmente a casa dos quilohms ($k\Omega = 10^3\Omega$) ou megohms ($M\Omega = 10^6\Omega$).

Denomina-se *condutância* (G) ao inverso da resistência, isto é

$$G = \frac{1}{R} \quad (3.2)$$

cujas unidades são o Siemen (S).

A resistência de um corpo depende de suas dimensões físicas e do material com que é confeccionado. Se l é o comprimento do corpo (no sentido do deslocamento da corrente) e A é área de seção reta, sua resistência é dada por

$$R = \rho \frac{l}{A} \quad (3.3)$$

onde ρ é a chamada *resistividade* do material. No SI a resistividade é dada por $\Omega \cdot m$, porém uma unidade mais prática é o $\Omega \cdot mm^2/m$. A Tabela 3.1 mostra a resistividade de alguns materiais usados em Eletrotécnica.

A temperatura também exerce influência sobre o valor da resistência: nos condutores metálicos a resistência é diretamente proporcional à temperatura; porém em certos materiais, como o carbono, esta variação se dá de forma indireta. O *coeficiente de temperatura* α é a grandeza que relaciona a resistência e a temperatura: se R_{ref} é a resistência de um corpo à temperatura de referência θ_{ref} (usualmente $20^\circ C$), para uma outra temperatura θ , a resistência desse corpo será

$$R = R_{ref} [1 + \alpha(\theta - \theta_{ref})] \quad (3.4)$$

No SI a unidade do coeficiente de temperatura é $1/^\circ C = ^\circ C^{-1}$ e a Tabela 3.1 mostra o valor de α para alguns materiais usados em Eletrotécnica.

Tabela 2.1 – Valores de resistividade e coeficiente de temperatura de alguns materiais usados em Eletrotécnica

Material	Resistividade r ($\text{W} \cdot \text{mm}^2/\text{m}$)	Coeficiente de temperatura α ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)
Aço	0,0971	11×10^{-6}
Alumínio	0,0265	0,0039
Borracha	1×10^{19}	-
Carbono (grafite)	35,00	-0,0005
Cobre	0,0168	0,0068
Constanta ¹	0,4900	10^{-5}
Germânio	$4,6 \times 10^5$	-0,05
Manganina ²	0,4820	2×10^{-6}
Nicromo ³	1,500	0,0004
Silício	$6,4 \times 10^8$	-0,07

¹Liga com 55% de Cu e 45% Ni

²Liga com 86% de Cu, 12% de Mn e 2% de Ni

³Liga com 61% de Ni, 23% de Cr e 16% de Mo

A potência associada a resistores pode ser determinada conjugando-se as equações 1.4 e 3.1:

$$p = u \cdot i = (R \cdot i) \cdot i \rightarrow p = Ri^2 \quad (3.5)$$

ou, alternativamente,

$$p = u \cdot i = u \left(\frac{u}{R} \right) \rightarrow p = \frac{u^2}{R} \quad (3.6)$$

Se uma corrente i (ou uma tensão u) é aplicada a um resistor R durante um intervalo de tempo Δt , a energia associada ao elemento é

$$\varepsilon = Ri^2 \times \Delta t = \frac{u^2}{R} \times \Delta t \quad (3.7)$$

Associação de resistores

- Associação série

Na Figura 3.3a vê-se uma associação série de três resistores, o que significa que a corrente i é comum a todos. Se u_1 , u_2 e u_3 forem as tensões sobre os resistores R_1 , R_2 e R_3 , respectivamente, e u_T for a tensão na entrada da associação, a LTK impõe:

$$u_T = u_1 + u_2 + u_3.$$

Usando a Lei de Ohm (Equação 3.1)

$$u_T = R_1 \cdot i + R_2 \cdot i + R_3 \cdot i = (R_1 + R_2 + R_3) \cdot i$$

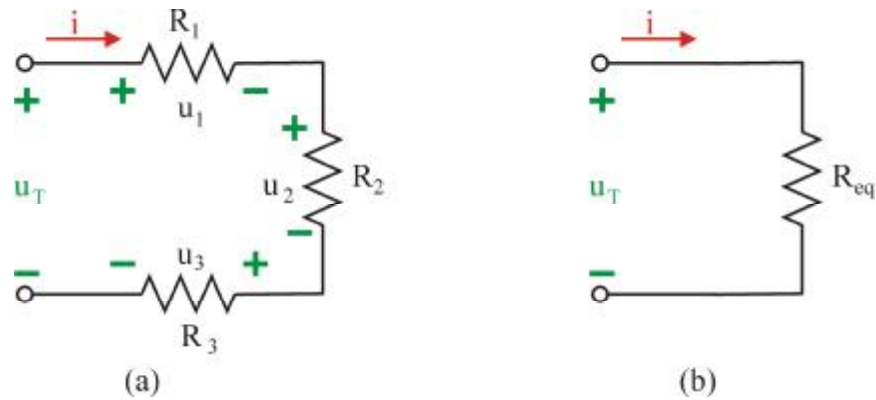


Figura 3.3 – Associação de resistores em série: (a) associação de 3 resistores em série; (b) resistor equivalente.

O resistor equivalente R_{eq} (Figura 3.3b) é aquele que fornecerá a mesma corrente i se lhe for aplicada a mesma tensão u_T . Para este

$$u_T = R_{eq} \cdot i$$

Comparando as duas equações

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

Generalizando, pode-se dizer que para uma associação de n resistores em série, a resistência equivalente é dada pela soma das n resistências:

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^n R_n \quad (3.8)$$

- Associação Paralela

Se três resistores R_1 , R_2 e R_3 estão associados em paralelo (Figura 3.4a), alimentados por uma tensão comum v , a corrente sobre cada um deles será, respectivamente, i_1 , i_2 e i_3 . Pela LCK, conjugada com a Lei de Ohm, a corrente total da associação será:

$$i_T = i_1 + i_2 + i_3 = \frac{u}{R_1} + \frac{u}{R_2} + \frac{u}{R_3} = u \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

Para o resistor equivalente R_{eq} (Figura 3.4b), vale a equação

$$i_T = \frac{u}{R_{eq}}$$

logo, comparando as duas expressões:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

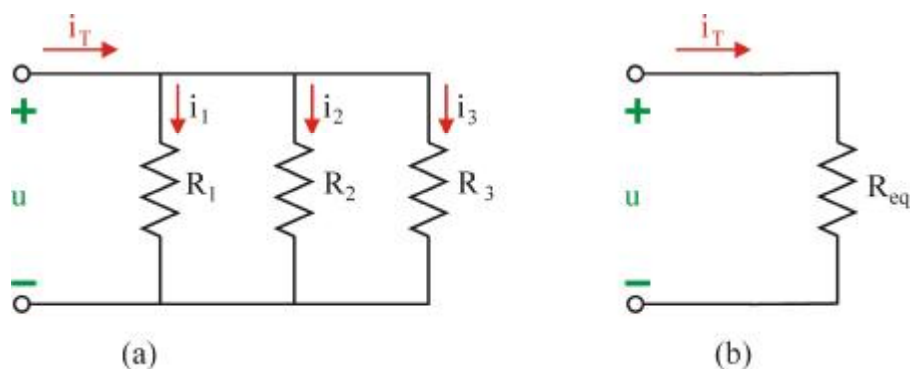


Figura 3.4 – Associação de resistores em paralelo: (a) associação de 3 resistores em paralelo; (b) resistor equivalente.

Para n resistores em paralelo, a resistência equivalente pode ser encontrada através da expressão:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \quad (3.9)$$

3.3 CAPACITORES

Capacitores são elementos compostos por duas superfícies condutoras, chamadas armaduras, isoladas uma da outra por um dielétrico. Na Figura 3.5 vê-se o símbolo genérico de capacitores (fixos e variáveis).

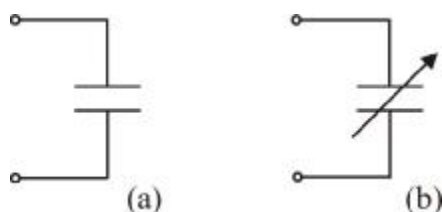


Figura 3.5 – Símbolo de capacitor: (a) fixo; (b) variável ou ajustável.

Quando um capacitor é submetido a uma tensão u , certa quantidade de cargas elétricas negativas ($-q$) é armazenada em uma das armaduras; para atender ao equilíbrio eletrostático, a outra armadura ficará carregada positivamente com carga $+q$, de mesmo módulo. A carga em cada uma dessas armaduras dependerá da tensão aplicada, segundo a equação

$$q = Cu \quad (3.10)$$

onde C é uma constante de proporcionalidade denominada capacitância, tendo por unidade o Farad (F). Em termos práticos, essa unidade é muito grande, de forma que a ordem de grandeza dos capacitores comerciais é

$$\begin{aligned} \text{microfarad } (\mu\text{F}) &= 10^{-6}\text{F} \\ \text{nanofarad } (\text{nF}) &= 10^{-9}\text{F} \text{ e} \\ \text{picofarad } (\text{pF}) &= 10^{-12}\text{F}. \end{aligned}$$

Se a tensão nos terminais de um capacitor sofrer variação, haverá variação da carga acumulada nas armaduras; nesse caso, a movimentação das cargas se constituirá em corrente. De fato, derivando a Equação 3.8 em relação ao tempo

$$\frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(Cu)$$

De acordo com a Equação 1.1, o termo mais à esquerda representa a corrente i no capacitor, logo

$$i = C \frac{du}{dt} \quad (3.11)$$

A análise desta equação deixa claro que *só haverá corrente num capacitor se a tensão em seus terminais variar*. No caso de tensões constantes, a corrente será sempre zero, seja qual for o módulo; diz-se, assim, que um capacitor se *comporta como um circuito aberto quando submetido a CC* (v. Seção 4.2).

A energia armazenada no campo elétrico de um capacitor de capacitância C é dada por

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \int p \cdot dt = \int u \cdot i \cdot dt = \int u \cdot \left(C \frac{du}{dt} \right) dt = \int C \cdot u \cdot du \\ \varepsilon &= \frac{1}{2} Cu^2 \end{aligned} \quad (3.12)$$

A capacitância é uma grandeza que depende, fundamentalmente, das dimensões das armaduras, da distância entre elas e do dielétrico usado.

A Tabela 3.2 relaciona alguns dielétricos e sua constante dielétrica (κ), grandeza *adimensional* que indica quantas vezes a capacitância de um capacitor usando tal dielétrico seria maior que a de um outro, idêntico, porém usando o vácuo como dielétrico.

Tabela 3.2 – Constante dielétrica de alguns dielétricos usados em capacitores.

Material	Constante dielétrica (k)	Material	Constante dielétrica (k)
vácuo	1	papel parafinado	2,5
água destilada	80	plástico	3
ar (1 atm)	1,0006	polistireno	2,5 - 2,6
ar (100 atm)	1,0548	pyrex	5,1
mica	3 - 7	silício fundido	3,8
óleo	4	teflon	2
papel	4 - 6	titanatos	50 - 10000

Os capacitores comerciais podem ter denominação de acordo com a forma de suas armaduras (placas planas, tubulares, etc.) e/ou conforme o dielétrico utilizado (mica, poliestireno, etc.). A Figura 3.6 mostra alguns capacitores comercialmente disponíveis.

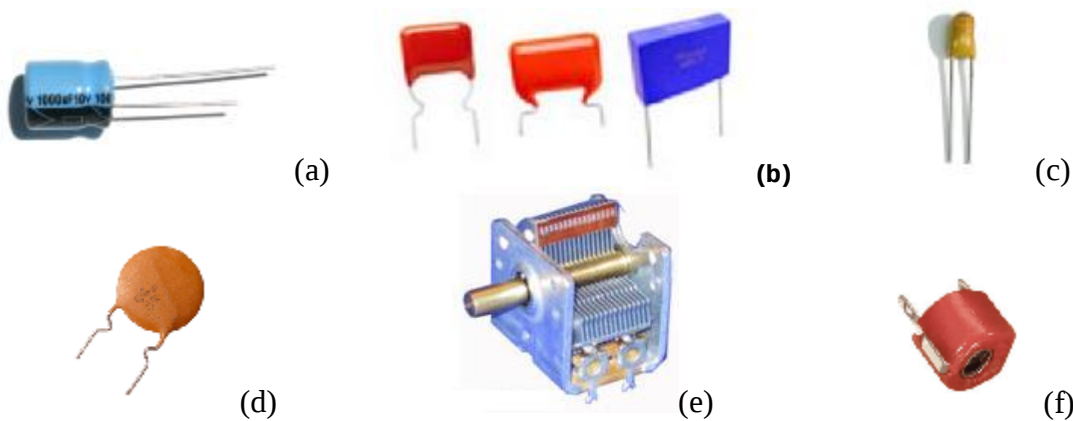


Figura 3.6 – Capacitores comerciais: (a) eletrolítico; (b) poliéster metalizado; (c) tântalo; (d) "disco", com dielétrico cerâmico; (e) variável, com dielétrico de ar; (f) trimmer.

Associação de capacitores

- Associação série

A Figura 3.7a mostra três capacitores C_1 , C_2 e C_3 associados em série, sendo u_1 , u_2 e u_3 a tensão sobre cada um deles, respectivamente. Aplicando a LTK, conjugada com a expressão inversa da Equação 3.11, a tensão u_T nos terminais da associação será:

$$u_T = u_1 + u_2 + u_3 = \frac{1}{C_1} \int i \cdot dt + \frac{1}{C_2} \int i \cdot dt + \frac{1}{C_3} \int i \cdot dt = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) \int i \cdot dt$$

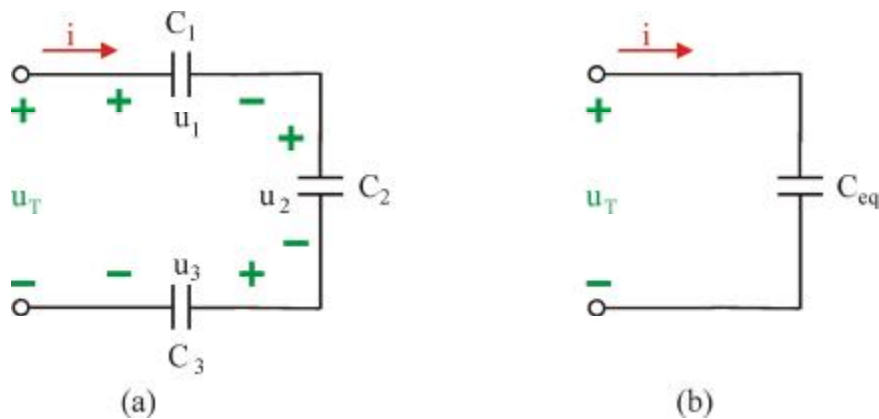


Figura 3.7 – Associação de capacitores em série: (a) associação de 3 capacitores em série; (b) capacitor equivalente.

Para o capacitor equivalente C_{eq} mostrado na Figura 3.7b a equação será

$$v_T = \frac{1}{C_{eq}} \int i \cdot dt$$

logo, comparando as duas últimas expressões:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Generalizando, o capacitor equivalente de uma associação série de n capacitores é

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \quad (3.13)$$

- Associação paralela

Numa associação paralela de capacitores, como a da Figura 3.8a, a aplicação da LCK assegura que:

$$i_T = i_1 + i_2 + i_3 = C_1 \frac{du}{dt} + C_2 \frac{du}{dt} + C_3 \frac{du}{dt} = (C_1 + C_2 + C_3) \frac{du}{dt}$$

Para o circuito do capacitor equivalente C_{eq} mostrado na Figura 3.8b

$$i_T = C_{eq} \frac{du}{dt}$$

de onde se conclui que

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$

Para uma associação de n capacitores em paralelo

$$C_{eq} = \sum_{i=1}^n C_i \quad (3.14)$$

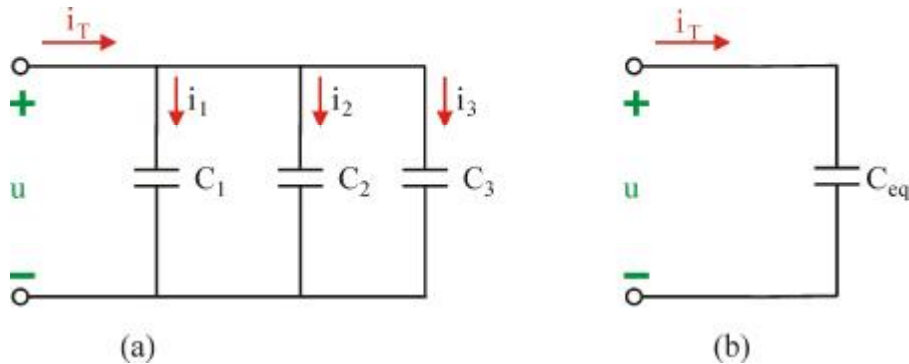


Figura 3.8 – Associação de capacitores em paralelo: (a) associação de 3 capacitores em paralelo; (b) capacitor equivalente.

3.4 INDUTORES

No entorno de um condutor percorrido por corrente, um campo magnético é criado, (Figura 3.9a); se este condutor é enrolado em forma de bobina (Figura 3.9b), este campo é reforçado. Os campos magnéticos são representados por linhas, e o número de linhas por unidade de área é denominado fluxo magnético (ϕ).

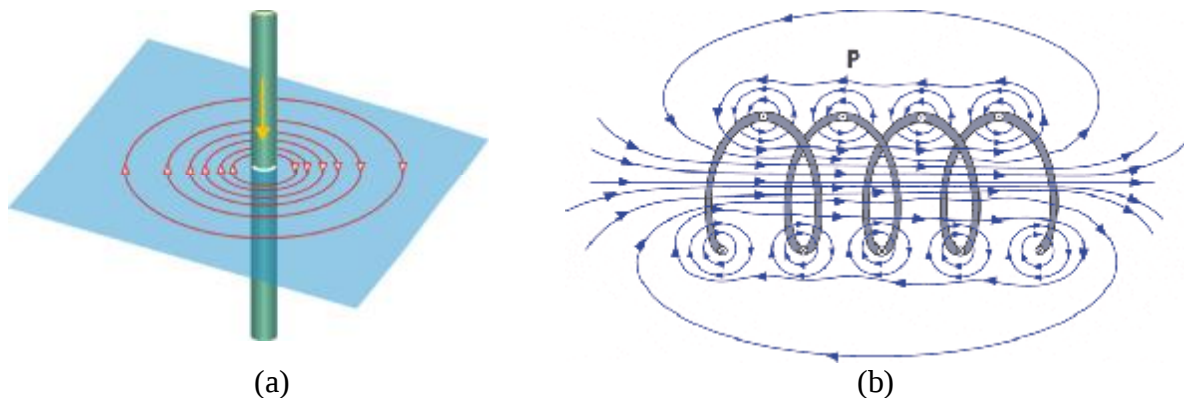


Figura 3.9 - Campo magnético criado por corrente: (a) em um condutor retilíneo; (b) em uma bobina.

É importante observar que o fluxo é diretamente proporcional ao módulo da corrente. No caso de um enrolamento com N espiras, o fluxo total é

$$N\phi = Li \quad (3.15)$$

onde L é uma constante de proporcionalidade chamada indutância, cuja unidade no SI é o Henry (H). Indutores são elementos que se caracterizam por apresentar indutância. Na Figura 3.10 são mostrados o símbolo destes elementos e alguns exemplos de indutores disponíveis no comércio.

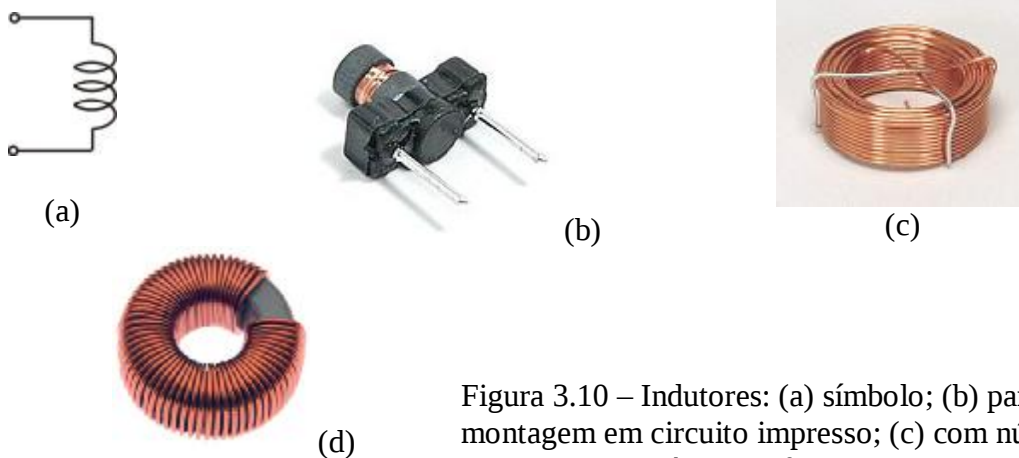


Figura 3.10 – Indutores: (a) símbolo; (b) para montagem em circuito impresso; (c) com núcleo de ar; (d) com núcleo de ferrite (choke).

Em meados do século XIX, Faraday demonstrou a interação existente entre *variações* do campo magnético e a geração de tensão. Segundo a lei que leva seu nome, se o fluxo magnético total em uma bobina varia com o tempo, entre seus terminais será induzida uma tensão (u) proporcional à velocidade da variação do fluxo magnético, isto é

$$u = \frac{d(N\phi)}{dt} \quad (3.16)$$

Conjugando as Equações 3.15 e 3.16

$$u = L \frac{di}{dt} \quad (3.17)$$

É importante observar que só há tensão nos terminais de um indutor se a corrente que o percorre variar com o tempo. Se o condutor for percorrido por corrente contínua, sua tensão será nula: por isso se diz que os indutores se comportam como curto-circuito em CC.

Os indutores referidos no parágrafo anterior são elementos ideais; na prática, há que se considerar a resistividade do condutor com o qual se faz o enrolamento. Fique claro que, a menos que se diga em contrário, os indutores referidos neste texto são ideais.

A energia que está armazenada no campo magnético de um indutor é dada por:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \int p \cdot dt = \int u \cdot i \cdot dt = \int \left(L \frac{di}{dt} \right) i \cdot dt = \int L \cdot i \cdot di \\ \varepsilon &= \frac{1}{2} L i^2 \end{aligned} \quad (3.18)$$

Associação de indutores

- Associação série

A Figura 3.11a mostra três indutores L_1 , L_2 e L_3 associados em série, sendo u_1 , u_2 e u_3 a tensão sobre cada um deles, respectivamente. Aplicando a LTK, conjugada com a Equação 3.17, a tensão u_T nos terminais da associação será:

$$u_T = u_1 + u_2 + u_3 = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + L_3 \frac{di}{dt} = (L_1 + L_2 + L_3) \frac{di}{dt}$$

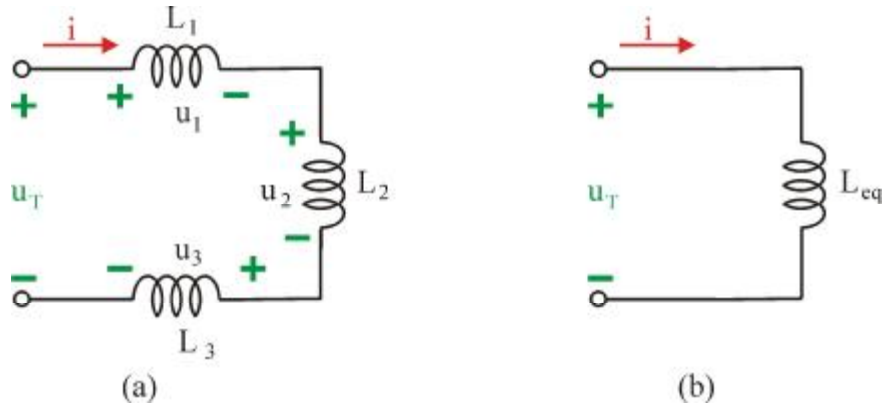


Figura 3.11 – Associação de indutores em série: (a) associação de 3 indutores em paralelo; (b) indutor equivalente.

Para o indutor equivalente C_{eq} mostrado na Figura 3.11b a equação será

$$u_T = L_{eq} \frac{di}{dt}$$

logo, comparando as duas últimas expressões:

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + L_3$$

Então, dada uma associação de n indutores em série:

$$L_{eq} = \sum_{i=1}^n L_i \quad (3.19)$$

- Associação paralela

Numa associação paralela de indutores, como a da Figura 3.12a, a aplicação da LCK assegura que:

$$i_T = i_1 + i_2 + i_3 = \frac{1}{L_1} \int u \cdot dt + \frac{1}{L_2} \int u \cdot dt + \frac{1}{L_3} \int u \cdot dt = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} \right) \int u \cdot dt$$

Para o circuito do indutor equivalente C_{eq} mostrado na Figura 3.12b

$$i_T = \frac{1}{L_{eq}} \int u \cdot dt$$

de onde se conclui que

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}$$

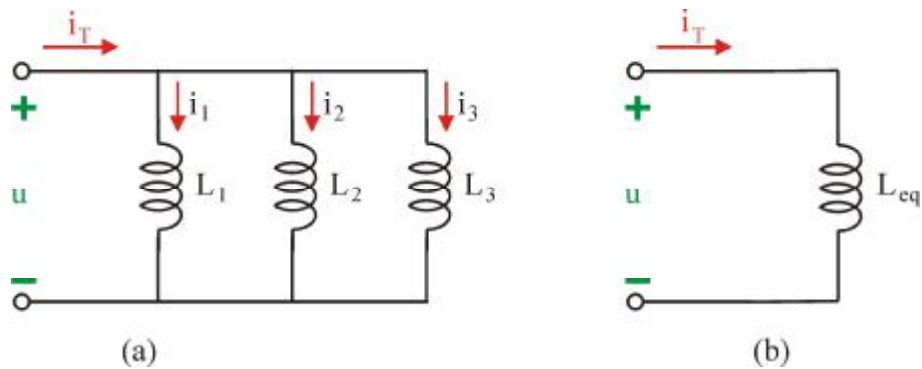


Figura 3.12 – Associação de indutores em paralelo: (a) associação de 3 indutores em paralelo; (b) indutor equivalente.

Generalizando, o indutor equivalente de uma associação série de n indutores é

$$\frac{1}{L_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{L_i} \quad (3.20)$$

3.5 FONTES

Fontes são elementos cuja função é alimentar os circuitos, isto é, fornecer-lhes a energia necessária para seu funcionamento. Caracterizam-se por apresentar entre seus terminais de saída uma tensão, muitas vezes chamada de força eletromotriz (f.e.m.), que pode ser contínua ou alternada; assim, as fontes podem ser classificadas em

- fontes de CC, que fornecem uma tensão constante, como as pilhas e baterias automotivas;
 - fontes de CA, em cuja saída tem-se uma tensão senoidal, como nos alternadores.
- Os símbolos usados para os dois tipos de fontes são mostrados na Figura 3.13.

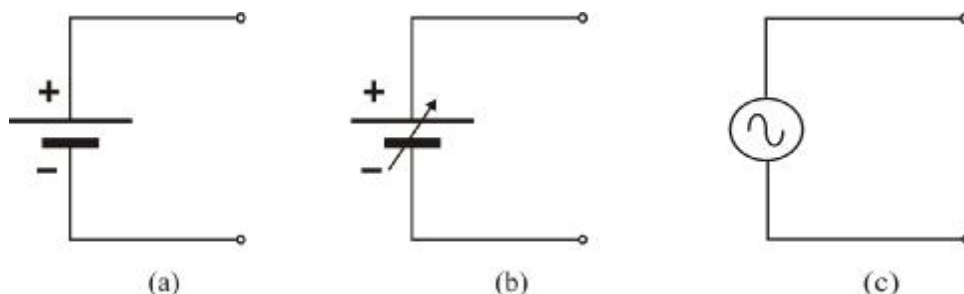


Figura 3.13 – Símbolos de fontes: (a) de CC fixa; (b) de CC variável; (c) de CA.

Quando uma carga é conectada à saída da fonte haverá circulação de corrente, cuja intensidade dependerá das exigências da carga (Figura 3.14a). Uma fonte de tensão *ideal* é aquela cuja tensão de saída (u) independe da corrente (i) fornecida à carga; sua característica $V \times A$ é, portanto, uma reta paralela ao eixo das abscissas, como mostra a linha tracejada na Figura 3.14b.

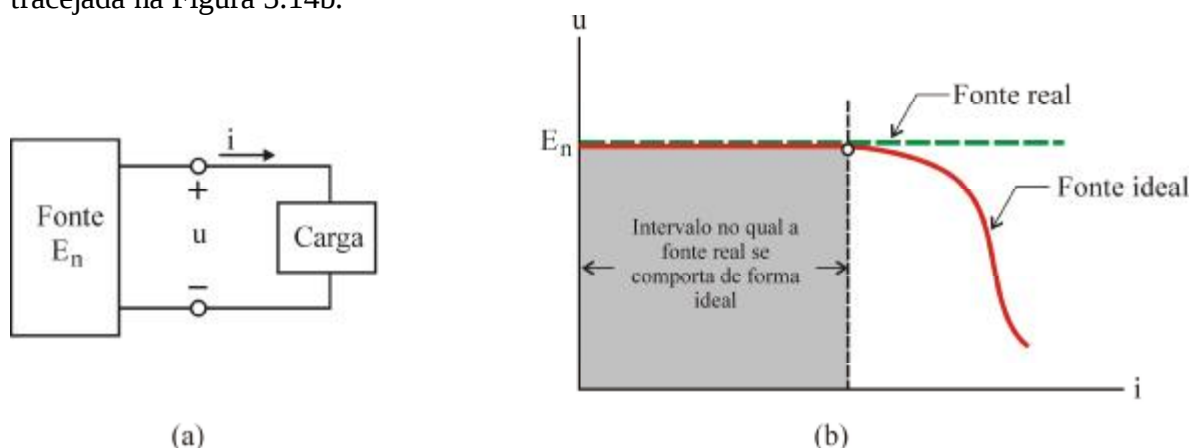


Figura 3.14 – Fontes: (a) modelo de uma fonte alimentando uma carga; (b) característica $V \times A$ de fonte ideal e real.

Na prática as fontes reais se comportam como ideais dentro de certo intervalo de correntes: à medida que a carga exija correntes mais altas, a tensão nos terminais da fonte começa a decrescer (Figura 3.14b, em linha cheia).

A *tensão nominal* da fonte é aquela que existe nos terminais de saída quando a corrente é zero, ou seja, quando não há carga conectada à fonte (diz-se que os terminais da fonte estão *em aberto*). Nesse caso

$$u = E_m \quad (3.21)$$

onde E_n é a chamada tensão nominal da fonte². Assim, diz-se que a tensão nominal de uma bateria automotiva é 12V ou que a tensão de uma pilha AA comum é 1,5V.

Associação de fontes

- Associação série

Fontes podem ser associadas em série a fim de aumentar multiplicar a tensão. Assim, só há sentido em tal associação se as fontes forem *iguais* entre si. Se isto não ocorrer, há o risco de um dos elementos drenar energia de outros.

Na associação de fontes em série deve-se observar a polaridade de cada uma delas e ligar-se o pólo positivo de uma com o negativo da seguinte. Nesse caso, se houver n fontes iguais, cada qual com tensão nominal E_n , a tensão nos terminais da associação será

$$u_T = nE_n \quad (3.22)$$

- Associação paralelo

O requisito básico para a ligação de fontes em paralelo é que todos os elementos tenham a mesma tensão nominal. Então, aparentemente não há vantagem neste tipo de associação, já que a tensão na saída é igual à de qualquer dos elementos.

Porém há que se lembrar que a tensão nos terminais de saída de uma única fonte diminui, à medida que maiores correntes lhe são solicitadas; assim, se forem ligadas n fontes em paralelo, a corrente fornecida por cada uma será

$$i = \frac{i_T}{n} \quad (3.23)$$

onde i_t é a corrente total solicitada pela carga que está sendo alimentada, e a tensão na saída da associação estará mais próxima à tensão nominal das fontes.

3.6 ELEMENTOS ESPÚRIOS

Por vezes, os efeitos de resistência, indutância e capacitância aparecem onde não são desejados e por mais que o projetista do circuito se esforce, não consegue eliminá-los completamente. Os elementos são chamados *espúrios* quando representam esses efeitos indesejados.

É o caso de um condutor em uma instalação: sua resistência própria (Equação 2.3) é pernicioso, pois desperdiça energia quando o condutor é percorrido por corrente elétrica. O caso de uma linha de transmissão é muito mais complexo, pois além da resistência intrínseca dos condutores, devem ser considerados os efeitos indutivos (devido à proximidade dos fios entre si) e capacitivos (proximidade dos fios entre si e com a terra).

² Embora se esteja usando um exemplo de CC, o raciocínio vale também para as fontes de CA.